

邢云路测算回归年长度问题之再研究*

石云里 王 淼

(中国科学技术大学 科技史与科技考古系, 合肥 230026)

摘要 按照文献记载, 明末邢云路在兰州通过6丈圭表实测晷影, 得到了中国传统历法史上最为精确的回归年长度值。通常认为这一精密回归年长度值的取得是由于他使用了中国传统历法史上最高的圭表, 从而减小了观测的系统误差所致。该文通过分析发现: 邢云路所留下的影长实测值的误差实际上是非常大的, 他之所以能得出如此精确的回归年长度值, 完全是因为有其他方面的原因。事实表明, 早在他进行立表测影的十多年前, 他已经掌握了与这个值精度相当的回归年长度值, 据此揭露了官方历法系统的误差并且呼吁改历。在他的改历建议严重受挫的情况下, 为了增强自己见解的说服力, 他着意安排了这次测影活动。但是, 由于他所处年代特殊的天文条件, 他所用的由测量表影来推求回归年长度的方法本身的可靠性有限, 所以, 他最后对测影结果进行了调整, 使之能够导出他想要的最终结果。至于他最初是如何得到如此精确的回归年长度值并确信其可靠性的, 这仍然是一个有待进一步讨论的问题。

关键词 中国古代历法 邢云路 回归年长度 晷影测量 冬至时刻的确定

中图分类号 P1-092

文献标识码 A **文章编号** 1000-0224 (2003) 02-128-17

明万历三十六年(1608年), 邢云路完成了《戊申立春考证》一书。根据书中记载, 他于万历三十五年九月到十二月之间在兰州建立了一座高达6丈的圭表, 通过实测正午晷影长度确定了万历三十六年岁前冬至的时刻, 在此基础上推出了一个新的回归年长度值, 并依此推算出万历三十六年立春的时刻, 证明了大统历法所颁节气推算结果的错误^[1]。书中最引人注目的内容是邢云路得出的新的回归年长度, 其值为

收稿日期: 2001-10-23; 修回日期: 2002-09-23

作者简介: 石云里, 1964年生, 安徽宿松人, 博士, 中国科学技术大学科技史与科技考古系教授; 王淼, 1976年生, 内蒙古赤峰人, 中国科学技术大学科技史与科技考古系博士研究生。

基金项目: 国家自然科学基金项目“中国古代历法的计算机模拟分析与综合研究”(项目编号: 10173012)

* 本文部分内容曾在第四届东方天文学国际会议(中国南阳, 2001年8月)上宣读, 此次发表做了重要修改。我们特别感谢本文的匿名评阅人对本文前一稿提出的中肯的意见, 正是由于这个意见, 我们重新考虑了邢云路推求回归年长度工作的全部过程, 也几乎重写了整篇文章。由此可以看出, 严格的专家审稿对于学术水平的提高有着多么重要的意义。还要感谢南阳会议期间与会专家在讨论中提出的意见和建议, 同时也要感谢张秉伦教授的指导和帮助。作者之一石云里感谢 Dibner Institute of the History of Science and Technology at MIT 在论文写作期间提供的优越的研究条件。

365.242190 日，全年误差仅 2.3 秒，成为中国传统历法史上最为精确的回归年长度值^①，也成为他留给后人的诸多天文历法工作中的一个闪光点^[2]。

按照一般的印象，邢云路之所以在回归年长度的测算方面能够取得如此高的成就，主要是由于他在测量晷影长度时使用了中国传统历法史上最高的圭表（表高为 6 丈），从而减小了测量的系统误差，得到了高精度的冬至时刻值，因而推得精确的回归年长度值。但是，从我们的验算和分析来看，邢云路的影长测量值的误差实际上是非常大的，但他却在此基础上得出了非常精确的回归年长度值。这其中的奥妙究竟何在？解答这个问题不但会让我们对邢云路的工作有一个更加清晰的认识，而且会有利于我们更好地理解中国古代天文测量的特点，理解古代天文学家在创造和推广新天文知识的过程中所付出的各种努力。

本文一方面通过文献释读研究邢云路测算回归年长度的方法并指出其中存在的问题，另一方面则应用现代天文计算法和计算机程序对他的晷影测量值、冬至时刻值和回归年长度测算结果进行精度检测和误差分析，在此基础上讨论他获得高精度回归年长度值的真正原因，并结合历史背景对其测影活动的真正动机进行剖析。

1 计算过程和方法分析

回归年长度在中国古历中一般称为“岁实”，表示平均年长，反映了季节寒暑变化，是中国传统历法中最为关键的基本天文数据之一。回归年长度是由太阳运动决定的，指其从某一年冬至运动到下一年冬至（或者立春到立春）之间的时间长度。从《戊申立春考证》中的记载来看，邢云路测算回归年长度工作采用了传统历法家所常用的方法，即先用立表测影法测出某年的冬至时刻，再取用历史上某个实测的冬至时刻，计算两个冬至时刻之间的时间间隔，然后除以其间经过的回归年个数，从而求得回归年长度。

据《戊申立春考证》记载，邢云路实测了分别距冬至前后 45 日及后 44 日等三日的影长，测量结果为：万历三十五年九月十八日戊申正午，影长 $a = 72.09$ 尺；同年十二月十九日丁丑正午，影长 $b = 72.545$ 尺；十二月二十日戊寅正午，影长 $c = 71.66$ 尺。然后，计算冬至时刻，具体算法：

“以前后相对所距之四十五日戊申、戊寅二景相较，余四寸三分为晷差，为实；仍以十二月十九日、二十日丁丑戊寅相连二日之景相较，余八寸八分五厘为法；以法除实，得四十八刻五十八分七十五秒，前多后少，为减差。于前后相距各四十五日，计九十日，凡九千刻，内减前减差，余八千九百五十一刻四十一分二十五秒，折取其中，为四千四百七十五刻七十〇分六十秒，加半日五十刻，共为四千五百二十五刻七十〇分六十秒，百约为日，命起戊申日算外，得二十九日二十五刻七十〇

① 前人对于中国古历回归年长度测算方法已有专论。按照精确度的不同，古代回归年长度测算可分为四个发展阶段：从古到东汉四分历误差较大，古四分历时误差超过 600 秒；自东汉刘洪到晋姜岌，误差大于 300 秒；从赵歆、祖冲之到刘孝荣，误差从 100 秒到 200 秒左右不等；从杨中辅到邢云路，精度多在 100 秒以下，其中邢云路的回归年长度值达到了最高的精度，全年误差仅为 2.3 秒钟（[10]，211—232 页）。

分六十秒，为冬至分。以法推之，得岁前十一月初四日癸巳卯正初刻冬至”^[3]。

由术文我们看到，邢云路计算冬至时刻的方法与《授时历》所采用的算法相同，对这种方法的计算公式和原理，前人已经进行过细致研究^[4,5]。从根本上说，这种方法最早是由祖冲之提出的，以现代天文学的观点来看，它暗含了两条基本假设^[6]：假设一：冬至前后日晷影长的变化是对称的，也就是距冬至时刻时间间隔相等的两天太阳上中天时的晷影长度相等；假设二：日晷影长在一日之内的变化是均匀的。严格来说，一方面由于太阳周年运动并不均匀，另一方面由于太阳并非沿赤道运动，所以这两条基本假设均带有近似性，在此基础上提出的计算方法也必定存在误差。而且，随着太阳近地点与冬至点之间距离的不断变化，这种计算方法的误差大小也会不同。对此，我们将在后面加以讨论。

设 A 、 C 依次为万历三十五年九月十八日和十二月二十日到上一个甲子日的日数， M 是冬至的日名时刻（即冬至到甲子日夜半 0 时的时间距离），根据术文可直接推得计算公式^①：

$$M = A + \left(0.50 \text{ 日} + \frac{C - A}{2} - \frac{|a - c|}{|b - c|} \times \frac{1}{2} \right) \quad (1)$$

其中， $C - A$ 即为万历三十五年九月十八日和十二月二十日到冬至日的日数之和，也就是这两日之间相距的日数 90 日。将相关数据代入式 (1)，可得：

$$M = A + \left[0.50 \text{ 日} + \frac{90 \text{ 日}}{2} - \frac{1}{2} \times 0.485875 \right] = A + 45.257060$$

根据“命起戊甲日算外”，又由于 A 戊申日距甲子日为 44 日，可得冬至日名时刻为 89.257060 日，再减去一个 60 干支周，推得冬至的最小日名时刻为 29.257060 日。经换算，日名为甲子后第二十九日即癸巳。取 0.257060×24 的整数部分，可以得到冬至时刻发生在 6 时，也就是卯正时段。时内刻数的算法为：刻数 = $(0.257060 \times 24 - 6 \text{ 时}) \times 100/24 = 0.706$ 刻，属于初刻范围之内。所以，邢云路所推冬至时刻的结果可表示为万历三十五年十一月初四日癸巳卯正初刻。

在推算出万历三十六年岁前冬至时刻的情况下，利用历史上某一已知冬至时刻值即可进行回归年长度的计算。为此，邢云路取用郭守敬所测算的至元十八年岁前冬至（也就是至元十七年冬至），由此进行了推算：

“推今时所测岁实：置余所测万历三十六年戊申岁前冬至景，推得癸巳日夜半后二十五刻七十〇分六十秒。上取元至元十八年辛巳岁前郭守敬所测日景推得己未日夜半后六刻，即五十五万六百分之气应为准。以辛巳距今戊申三百二十七年，共积一十一万九千四百三十四日，加新测到癸巳日夜半后二十五刻七十〇分六十秒，内减去元辛巳岁测到己未日夜半后六刻，得一十一万九千四百三十四日一十九刻七十〇分六十秒，为实。以距积三百二十七年而一，得三百六十五日二十四刻二十一分九十秒，为今时所测岁实。”^[3]

① 邢云路这里遇到的正好是所谓“前大后小”的情况，也就是 $a > c$ 。在实际计算中，也可能会出现“前小后大”，也就是 $a < c$ 的情况。根据插值原则，在这种情况下则应该对 (1) 式作以下修正：取 C 后一日正午的影长 d 代替 b 入算，而且 $|a - c|/|d - c|$ 前面的符号为“+”。详细讨论参见文献[5]。

这里的算法如图 1 所示, Q 、 P 分别表示两次冬至时刻前最近的甲子日夜半 (即为该甲子日 0 时, 下同), M 为邢云路所求得万历三十六年岁前冬至时刻, D 为 M 点前最近的一个夜半。同样, G 和 F 分别表示郭守敬所测至元十八年岁前冬至时刻及其前面最近的一个夜半。这里, 《授时历》的“气应”是指至元十七年冬至最小日名时刻, 即 QG 。已知冬至时刻为“夜半后六刻”(FG), 又由于己未日距甲子日为 55 日, 所以可得气应值为 55.0600 日。因为 1 日为 10000 分, 所以, 气应为“五十五万六百分”。在推求回归年长度时, 首先计算万历三十六年 (1608 年) 与元至元十八年 (1281 年) 之间所积的日数, 实际上就是两冬至前夜半之间的积日数, 即 $FD = 119434$ 日。将该值加上邢云路新测算的冬至时刻 (癸巳日夜半后 0.257060 日, 也就是 DM), 再减去郭守敬测到己未日夜半后六刻 (即 0.06 日), 得 119434.19706 日, 即万历三十六年岁前冬至与元至元十八年辛巳郭守敬所测冬至时刻之间的时间长度为:

$$N = FD + DM - FG = 119434.19706(\text{日}) \quad (2)$$

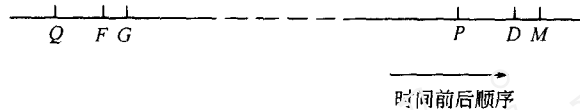


图 1 回归年长度测算原理示意图

以此为实, 除以其间所经回归年个数 ($n = 327$), 即“以距积三百二十七年而一”, 即可获得回归年长度值 P , 也就是“今时所测岁实”为:

$$P = N/n = 365.24219284 \approx 365.242190(\text{日}) \quad (3)$$

对于邢云路所测的回归年长度的精度, 前人已经进行过分析, 计算理论值所用的公式为^[7]:

$$\text{回归年长度} = 365^{\text{日}}.24219878 - 0^{\text{日}}.0000000614(t - 1900)$$

式中 t 表示所求年的格里历年数。根据上式, 可求得 1608 年的回归年长度理论值为 365.242216709 日, 与 (3) 式所得的 365.242190 日进行比较可知, 邢云路测定的回归年长度值比理论值只小了 0.0000267 日, 即约一年差 2.3 秒^①。

需要指出的是, 邢云路在计算回归年长度时, 直接利用了郭守敬所测的大都 (今北京) 至元十七年冬至时刻值与兰州的冬至时刻测算值进行运算, 似乎表明邢云路对于由东西距离差造成的地方时的不同尚未有清晰的认识。按照现代天文学理论, 由于郭守敬的冬至时刻是根据大都的实测值取得的, 而邢云路的观测值则是在兰州取得的, 所以, 必须将大都的冬至时刻值转换为兰州的地方时数值后才能进行回归年长度的计算。但是, 邢云路并未进行此项换算, 也没有定性的讨论。

我们知道, 兰州与北京两地的地理经度差约为 $12^{\circ}40'58''$, 地方时差约为 3.5230 刻 (或者 0.03523 日), 这个差值显然会对他的回归年长度测算精度带来影响。郭守敬所测的大都至元十七年冬至最小日名时刻值 55.06 日, 按照现在的地理经度数据, 转换为兰州地方时后的最小日名时刻值应为 $55.06 - 0.03523 = 55.02477$ (日), 则两冬至时刻之

① 如果用 (3) 式中未经四舍五入之前的回归年长度计算, 则仅比理论值短 0.000023869 日, 也就是 2.1 秒。

间的时间长度： $N = 119434 + 0.257060 - 0.02477 = 119434.23229$ （日）。回归年长度值： $P = 365.24230058$ （日）。与前面求出的回归年长度的理论值相比，这个新求出的值反倒有 7.2 秒的误差。也就是说，邢云路在测算回归年长度的过程中忽略了不同地点冬至时刻之间的地理经度时差，结果反而起到了减小误差的作用。错误的计算过程反倒导致了更加精确的结果，这一点实在令人疑惑。为此，我们将对其测算回归年的根本基础——高表影长测量结果以及在此基础上推出的冬至时刻——进行分析，以期能够破解此谜。

2 对测影结果的分析

从邢云路所叙述的推求回归年长度的方法本身来看，影响其推求精度的主要因素是冬至时刻的测算精度，而影响冬至时刻测算精度的因素则主要是表影测量结果的精度。按照这个逻辑，邢云路推得如此高精度的回归年长度主要归因于其对冬至时刻的准确测定，而冬至时刻的准确确定则明显得益于其对影长的准确测量，对影长的准确测量当然主要归功于高表的使用。不过，迄今为止，尚无人对邢云路所报告的测影结果的精度进行过认真分析。所以，下面我们先权且把这些结果看成是真正实测的，在这一前提下来完成对它们的误差分析，看看其精度究竟如何（表 1）。

表 1 邢云路高表测影数据与计算理论值对照表

项 目	第一次观测	第二次观测	第三次观测
观测日期（中历）	万历三十五年九月十八日	万历三十五年十二月十九日	万历三十五年十二月二十日
公历日期（年-月-日）	1607-11-7	1608-2-4	1608-2-5
太阳上中天的视地平高度（ θ_i ）	37.81249301	37.58294329	37.88160808
原文给出表高（ H ）（尺）	60	60	60
测影数据（ l_i ）（尺）	72.09	72.545	71.66
原表高下理论影长（ p_i ）（尺）	77.309	77.9518	77.1167
原表高下影长偏离值（ u_i ）（尺）	5.219	5.4068	5.4567
修正表高（ H' ）（尺）	55.8474	55.8474	55.8474
修正后理论影长（ p_i' ）（尺）	71.9584	72.5567	71.7795
修正后影长偏离值（ u_i' ）（尺）	-0.1316	-0.0117	0.1195
修正后影长偏离值（ v_i ）（cm）	-3.227	-0.287	2.93

首先，让我们根据现代天文学方法计算邢云路所留影长所对应的理论值。我们计算晷影长度理论值采用的方法是，利用 David Eagle 所编的 Newcomb 天象计算程序^① 获得

① 该程序使用的是 Pierre Bretagnon 和 Jean-Louis Simon 所编的行星表（*Planetary Programs and Tables*, Willmann-Bell, Inc. 1986）。在我们所要计算的时段上，该表提供的太阳地心坐标的黄经误差在 2.1 角秒以内，但对于我们的分析来说，这个精度已经足够了。原程序在计算太阳地平高度是没有进行大气折射改正，本文在求影长理论值时都根据 Jean Meeus（[12]，101 页）提供的公式进行了此项修正。

兰州地方时^① 太阳上中天时的视地平高度值 (θ_i)^②，再通过计算公式求得影长理论值。取“原文给出表高” H 为《戊申立春考证》中的 60 明尺，则表影长度的理论值，即“原表高下理论影长” $p_i = H \text{ctg} \theta_i$ ，“原表高下影长偏离值” $u_i = |l_i - p_i|$ 。为了证实邢云路的测影工作的确是在兰州进行的，我们还把他的测影值与相同日期北京地方时太阳上中天时分 6 丈高表的影长进行了比较，结果列于表 2。之所以选择北京，是因为这是邢云路天文活动的另一个重要中心。比较表 1 中的“原表高下的影长”和表 2 中的“北京影长偏离” (= 邢云路所测影长 - 北京影长理论值) 可以看到，后者要远远小于前者，表明邢云路的影长在兰州测量的可能性更大。

表 2 邢云路所测影长与北京影长理论值的比较

项 目	第一次观测	第二次观测	第三次观测
观测公历日期 (年-月-日)	1607-11-7	1608-2-4	1608-2-5
邢云路所测影长	72.09	72.545	71.66
太阳上中天视地平高度	33.92901	33.67868	33.97702
北京理论影长	89.19184	90.03876	89.03065
影长偏离	17.10184	17.49376	17.37065

从表 1 可以看出，即便是对兰州来说，邢云路的影长观测数据与对应的理论值之间仍然存在很大的偏差。以其中偏差最小的数据 5.219 尺为例，以 1 明尺为 24.525 厘米计^[8]，结果为 127.996 厘米，相对于理论影长值的误差为 6.7% 左右，误差远远超过了我们的想象。当然，按照误差分析理论，这里给出的只是影长观测的表面误差，并不足以反映邢云路的测影精度。这是因为晷影测量数据的误差是由于多种因素综合累积的结果，要想讨论测影的精度，必须考虑测量过程中可能存在的系统误差和随机误差。晷影测量数据的系统误差可能会由诸多因素引起，比如圭表的高度是否精确为 6 丈，圭表是否严格竖直，圭面是否精确与当地子午线平行，圭面是否严格水平，圭面刻度的刻划是否均匀等。此外，随机误差的因素也会直接影响到影长测量的精度，它主要是由于某些难以控制的随机因素造成的。分析邢云路测影的精度，就是要分析在扣除系统误差之后其所测影长的误差。

由于邢云路对每一次影长观测只给出了一个数据，直接进行观测结果的误差估算在客观上存在困难，难以反映出邢云路晷影测量结果的精度。不过，我们看到，表 1 中邢云路给出的晷影实测值均远小于理论值，如果这些值果真来自实测，则造成这种情况的最直接原因可能是由于表的高度不足 6 丈。由于在利用圭表进行晷影实测工作中，每一次影长测量均应使用同一支高度相对固定的表，因此，我们可以根据给出的影长测量值和对应太阳出地高度理论值分别计算圭表高度值，然后对圭表高度进行修正，再讨论影

① 本文的地方时均为世界时 (UT) - 经度时差。

② 本文在计算过程中将兰州的地理位置设为东经 $103^{\circ}45'0''$ 、北纬 $36^{\circ}1'1''$ ，与邢云路实际观测地点经纬度可能存在少许偏差，但由此因素带来的误差很小，能够满足本文讨论的精度要求。计算中以太阳实际中天时刻为正午。

长测量的精度问题^①。设每一次由晷影观测值计算的表高值为 H_i ($i=1, 2, 3$)，根据公式 $H_i = l_i \operatorname{tg} \theta_i$ ($i=1, 2, 3$) 计算得， $H_1 = 55.9495$ 尺； $H_2 = 55.8384$ 尺； $H_3 = 55.7544$ 尺。设表高的最或然值为 H' ，则它们的残差为： $v_i = H_i - H'$ ($i=1, 2, 3$)，最小二乘准则就是选择 H' ，使得残差平方和为最小，即必须满足^[9]：

$$\sum_i v_i^2 = \sum_i (H_i - H')^2 = \min$$

由于函数 $R(x)$ 的极值在其导数 $R'(x) = 0$ 处取得，所以可求得：

$$H' = (H_1 + H_2 + H_3)/3 = 55.8474(\text{尺})$$

即表 1 中的“修正表高”。根据此修正表高，我们求出了“修正后理论影长” p'_i ，“修正后影长偏离值”即为 $u'_i = |l_i - p'_i|$ 。为说明问题方便起见，我们将修正后影长偏离

化为厘米表示，即表 1 中的 v_i 。根据公式 $w = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 v_i^2}{3}}$ ，可算出影长的均方误差 w 为 2.52 厘米。与元代圭表测影精度相比较，我们发现邢云路测影的误差也是比较大的。因为，据陈美东推算，郭守敬影长测量值的精度在 1—4 毫米之间^[10]；而郭盛炽则认为，在扣除了系统误差因素后，郭守敬测影的精度为 4.7 毫米^[11]。

需要说明的是，我们上面的讨论是将测影过程中的系统误差和偶然误差都归结到表高误差进行分析的，这本身是带有一定近似性的，但对于我们来定量地说明问题确有一定的帮助。在拟合表高最或然值中，我们使用了最小二乘法，这是一种严格的天文数据处理方法，但是由于所给出的天文测量数据量比较少，所以也带有近似性，不过借助于这种数据处理方法可使我们对这一问题有一个定量的认识。

从中国古代天文学家在测影中不断有意增加表高的趋势来看，邢云路显然明白增加表高有利于提高测影精度的事实。不过，通过上述分析可知，他留给我们的数据的误差实际上远远超出了我们的预想。如果这些数据果真是实际观测的结果，则说明邢云路在高表制作、安装和校准等方面并未达到理想的结果，以致所测影长与 6 丈高表应得的影长差至 1 米以上；而在扣除由高表安装和调试本身带来的系统误差之后，测影结果的均方误差仍在 2.52 厘米左右，也不及元代郭守敬已经达到的水平。

不过，这些并不是本文关心的重点所在，我们真正感到关切的问题是：邢云路用误差如此巨大的测影结果能推出令人满意的冬至时刻，以确保回归年长度推算的精度吗？下面我们即对此进行分析。

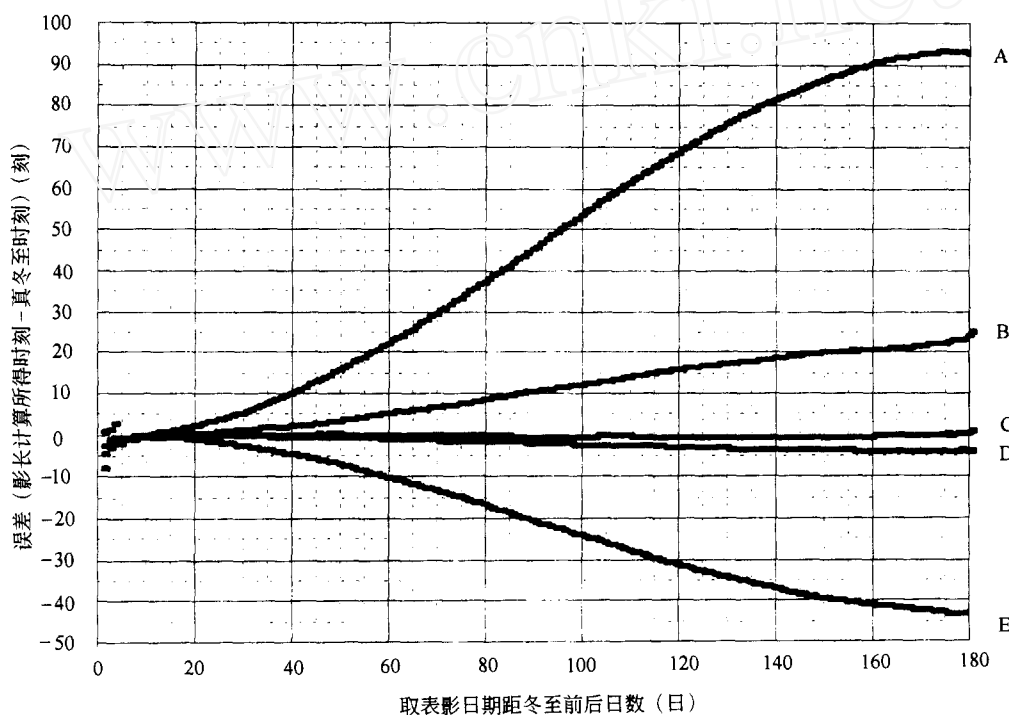
3 对冬至时刻测算结果的分析

在分析邢云路所测冬至时刻的精度之前，我们有必要对由祖冲之所首创的冬至时刻测算法的可靠性进行一些分析。尽管已经有学者对这个问题进行过有益的探讨，但是仍然存在一些尚待回答的问题。例如，从这种方法发展的历史来看，古代天文学家在不断地延展测影日期到冬至日的距离：最初祖冲之选定为冬至前后 23 日；北宋周琮认为

① 感谢陈美东教授在南阳会议期间就此问题与笔者进行的颇富启发性的讨论。

“去至既远，日差颇多，易为推考”（[13]，3301 页），因此选择冬至前后 45 日；这种思想至少在一定程度上为元代郭守敬等人所承认，所以他们把测影日期进一步延展到冬至前后 178 日左右。这种做法是否真正可靠？邢云路选取冬至前后 45 日测影是否是最理想的？更重要的是，由于冬至点与太阳近地点之间的距离在不断变化，这种方法在不同年代的精度应该有所不同；那么，在邢云路时代它能够达到怎样的精度呢？

为了回答这些问题，我们选用上述这些天文学家测算冬至时刻的年份，用 Newcomb 程序求出他们测影地点冬至前后 180 日以内每日太阳上中天时的地平高度，用他们各自的表高求出对应的影长，视前后表影长短不同分别代入公式（1）或者其修正形式^①，求出相应的冬至时刻（为了讨论方便，我们在以下的分析和讨论中将直接使用刻来表示一天的时间，以子夜为 0 刻，一天共 100 刻，1 刻 = 14.4 分钟），再用同一程序中的分至时刻计算功能求出当年的真冬至时刻（太阳真黄经 = 270°）^②的世界时，并化算成测影地点的地方时，然后求两种冬至时刻之间的差，绘制成散点图，以便直观地展示各个年份的精度变化情况（图 2）。计算的年份和使用的地理坐标如表 3 所示。为了体现这种方法在冬至点同太阳近地点是的可靠性，我们也选用了 1249 年的情况，而且把测量地点选在当时南宋的首都杭州。



A: 461 年; B: 1063 年; C: 1249 年; D: 1278 年; E: 1607 年

图 2 以不同年份冬至前后不同日期表影理论值所求冬至时刻的误差

- ① 在影长“前大后小”的情况下使用（1）式，在“前小后大”的情况下使用该式的修正形式。参见第 130 页注释①。
- ② 之所以使用真冬至时刻的理论值原因在于：测影法所测的对象为真太阳的运动，因此求出的应该是真冬至时刻。

表 3 中国古代天文学家使用立表法测算冬至时刻的年份和地点

观测者	所测冬至年份	观测地点	地理经度 (东经)	地理纬度 (北纬)	表高 (尺)
祖冲之	461 年	南京 ^①	118°46'58"	32°2'59"	8
周琮	1036 年	开封	114°19'58"	34°46'58"	8
李德卿	1249 年	杭州	120°7'1"	30°18'0"	8
郭守敬	1278 年	北京	116°25'58"	39°55'1"	40
邢云路	1607 年	兰州	103°45'0"	36°1'1"	60

① 关于祖冲之大明五年 (公元 461 年) 测影的地点, 一般认为是在南京。但是, 严敦杰《祖冲之科学著作校释》(辽宁教育出版社, 2000 年, 48 页) 讲《大明历》中各气影长均用的是阳城的影长, 对大明五年的那次测影活动则未提及地点。我们分别用现代理论计算了南京和阳城 (开封告成, 我们使用的是开封经纬度) 对应的理论影长 (按 8 尺表高), 发现祖冲之所得到的影长与南京的对应理论值基本相符, 误差在 0.1 尺左右, 而与开封的对应理论值相差则在 2 尺左右, 所以应该可以肯定祖冲之这次测影活动的地点是在南京。

由图 2 可以明显看出: (1) 总体说来, 该方法在冬至前后不同时段内的可靠性有明显的不同, 不管什么年份, 在距离冬至过近的地方 (在不同年份从 5 到 7 日不等), 这种方法的可靠性相对都不是很高; (2) 该方法的可靠性随年代的变化也十分明显, 在冬至点与太阳近地点基本重合的 1249 年可靠性最强, 取冬至前后 5 到 180 日以内任何一日的影长入算, 其误差均不超过 1 刻; (3) 随着与 1249 年时间距离的增加, 该方法的误差也逐渐增大, 而且冬至前后能够得到精确计算结果的日期区间也不断缩短。即便是在 1278 年, 在郭守敬选用的 156、158、159、163、164 日的几个时段上, 其误差可达 3.5 刻以上 (先天)。由此可见, 郭守敬对测影时段的过度延长并不见得会得到更加精确的测算结果。在 1063 年周琮测算的时代也存在同样的问题, 他把测影时间延长到冬至前后 45 日, 其结果也未得到最佳的测影时段, 因为在这个时段上, 表影计算法的误差可达 2.7 刻 (后天), 而当年误差小于 1 刻的时段是在冬至前后 7 到 27 日左右。在祖冲之和邢云路的测算年代, 这个问题更加严重: 祖冲之把测影日期选在冬至前后 23 日, 这时, 其所用测算法的误差已经达到 3 刻以上 (后天), 而其最佳测算时段影则是在冬至前后 6—14 日。邢云路追随周琮, 也把测影日期选在冬至前后 45 日, 结果, 其所用测算法本身的误差就达到先天 5.8878 刻。也就是说, 即便邢云路的影长测量百分之百的准确, 他所求出的冬至时刻也会存在很大的误差。在这种情况下, 假定他可以从前代天文学家那里得到另一个测量百分之百准确的冬至时刻, 那么, 从理论上来说, 要想把上述误差对回归年长度计算精度的影响降低到 2 秒钟以内, 则这个冬至时刻至少必须距 1607 年 2500 年以上。

那么, 邢云路所确定的冬至时刻的精度究竟如何呢? 由 *Newcomb* 程序, 我们可以求得, 1607 年真冬至时刻 (太阳真黄经 = 0 的时刻) 为兰州地方时 44.3769 刻。相比之下, 邢云路所测到的时刻 (25.7060 刻) 先天达 18.6709 刻。即便扣除该测算法本身带来的先天 5.8878 刻偏差, 剩余误差仍然达到先天 12.7831 刻。按照上一段的分析, 使用误差如此大的冬至时刻根本无法在三百多年的时间基线上求出误差小于 2 秒的回归年

长度。为了证明这一点，我们用 *Newcomb* 程序求得 1280 年真冬至时刻的北京地方时为 6.7674 刻，相比之下，郭守敬所给定的值（6 刻）也先天 0.7674 刻。按照邢云路求回归年的方法，这两项误差给回归年长度计算带来的误差应为 $(18.6709 - 0.7674) / 327 = 17.9035 / 327 = 0.0548$ （刻）= 47.3（秒），其结果会使求出的回归年长度比理论值短 47.3 秒。然而，令人奇怪的是，邢云路所测冬至时刻的巨大误差实际并没有对他的回归年长度计算造成任何不利影响。原因究竟何在呢？

在以上分析中，我们是用真冬至时刻来检测邢云路和其他天文学家所测冬至时刻的精度。但是按照定义，回归年却是平太阳两次通过冬至点^①（即平冬至）之间的时间间隔。由于椭圆轨道运动导致的太阳运动中心差（平太阳与真太阳之间的黄经差）的存在，在一般情况下，这个间隔均不同于真太阳两次通过冬至点（真冬至）之间的时间间隔，除非冬至点同太阳近地点正好重合^②。所以，即便假定回归年长度不会随着时间而改变，两个真冬至之间的间隔也并不一定正好等于回归年长度的整数倍。即使是在几百年的跨度以内，如果我们以真冬至时刻来计算回归年长度，其结果仍然可能会有很大误差。以邢云路计算回归年的方法为例，我们先使用 *Newcomb* 程序可求得，1280 年冬至时刻的北京地方时为 12 月 14 日 6.7674 刻，1607 年冬至时刻的兰州地方时为 12 月 22 日 44.3769 刻，北京地方时为 47.9144 刻。将 6.7674 和 44.3769 刻代入邢云路求回归年的公式，可得到回归年长度为 365.24273979 日，大于理论值 0.000523081 日，相当于 45.9 秒。而将 6.7674 和 47.9144 刻代入邢云路的公式，则可得到回归年长度为 365.24284797 日，大于理论值 0.00063126 日，相当于 55.4 秒。也就是说，在邢云路时代，使用真冬至时刻求回归年长度会使得所得结果超出回归年长度的理论值。然而，我们注意到，邢云路所测冬至时刻的误差却正好使所得回归年长度值小于理论值，正好与上述误差相互抵消，使最终的误差大大减小。这就是他以大误差的冬至时刻求出高精度回归年长度的原因所在。但是，这样的相互抵消究竟是纯粹的巧合还是另有原因？

为了分析这一点，也为了对邢云路的工作有一个更为清晰的认识，我们不妨根据回归年的定义，用平冬至时刻的现代理论值来对邢云路的回归年测算过程进行一番检测。对于平冬至时刻的现代理论值，我们使用 *Jean Meeus* 提供的平太阳平均运动速度数值（ $V =$ 每天运动 3548 角秒）以及太阳平黄经（ L ）公式^[12]来进行计算：

$$L = 280^{\circ}.46645 + 36000^{\circ}.76983T + 0^{\circ}.0003032T^2$$

其中 $T = (JD - 2451545) \div 36525$ ， JD 为所求日的儒略日数。具体计算方法是：先计算所求年真冬至日 0 时平太阳的位置，将所得结果与 270° 相减，并除以 V ，即得到平冬

① 现代天文学中用春分点。

② 但是，在祖冲之时代，中国天文学家尚未明确认识到太阳运动速度的变化，因此也就没有平太阳与真太阳、平冬至与真冬至相互区别的知识。尽管后来张子信发现了太阳运动的不均匀性，但此后的中国古代天文学家一直认为太阳近地点和冬至点是等同的，因而在他们的心目中平太阳和真太阳永远是在同一个时刻进入冬至点。按照这种逻辑，平冬至和真冬至仍然是相互重合的，所以无论使用谁，最后都不会影响回归年长度的计算。但是，从以上的分析中可以看出，问题并非如此简单。

至到子夜的时距,由此可以得到平冬至时刻,并进一步化算成地方时^①。

首先,我们有必要判断一下,从理论上讲,邢云路用立表测影法测出的冬至时刻与真冬至和平冬至时刻之间的关系究竟如何?为此,我们可以将表1中所列的邢云路万历三十五年测影的三个日期兰州正午影长的理论值代入他推求冬至时刻的公式之中,并将求出的结果列于表4中的“计算值”一栏,又利用现代理论求出1607年兰州平冬至和真冬至时刻的理论值,列于表4的“平冬至”和“真冬至”两栏,以资比较。取 $D_1 = \text{计算值} - \text{平冬至}$, $D_2 = \text{计算值} - \text{真冬至}$,可以看出,在邢云路时代,“计算值”更接近真冬至时刻^②。由此可见,从理论上讲,邢云路在万历三十五年用立表测影法所测出的应该是真冬至时刻。

表4 立表测冬至法所测对象的判断

时间单位:刻

计算值	平冬至	真冬至	D_1	D_2
38.4891	22.4918	44.3769	15.9973	-5.8878

接下来,让我们取郭守敬所定至元十七年的冬至时刻^[13]以及邢云路所测万历三十五年的冬至时刻,把它们同相应的平冬至和真冬至时刻的理论值进行对比,并将结果列于表5。其中,“古测值”为郭守敬和邢云路所测算的结果,“平冬至”为理论计算的平冬至时刻,“真冬至”为真冬至时刻的理论值,算法同上。 $\Delta_1 = \text{古测值} - \text{平冬至}$, $\Delta_2 = \text{古测值} - \text{真冬至}$ 。对邢云路的测量结果,我们还列出了其与当年冬至时刻的北京地方时之间的对比情况。

表5 郭守敬和邢云路所测的冬至时刻值

时间单位:刻

日期	古测值	平冬至	真冬至	Δ_1	Δ_2	地点
1280-12-14	6.0000	4.4148	6.7859	1.5852	-0.7859	北京
1607-12-22	25.7060	22.4917	44.3769	3.2143	-18.6709	兰州
1607-12-22	25.7060	26.0334	47.9144	-0.3274	-22.2084	北京

从表5中不难看出,尽管从理论上讲立表测影法所测应当是真冬至时刻,但是邢云路所给出的测算结果却更加接近于平冬至时刻。而且,更为奇怪的是,邢云路的冬至时刻与平冬至时刻的北京地方时更加接近,仅先天4.7分钟($=0.3274 \text{刻} \times 14.4$)。相反,该值与当年平冬至时刻的兰州地方时之间的差距却达到46.3分钟($=3.2143 \text{刻} \times 14.4$)。由此,我们就可以更加清楚地道破邢云路得到高精度回归年长度值的秘密所在:

① 在求地方时之前已经将历书时(ET)化成了世界时(UT),使用的公式是: $UT = ET - \Delta T$, $\Delta T = -15 + (JD - 2382148)^2 / 41048480$ 。后者是 Jean Meeus 对 L.V.Morrison 和 F.R.Stephenson 在 1982 年提出的序列加以变形的结果,本文计算用于真冬至时刻的 Newcomb 程序在进行此项修正时使用的也是这一公式。参见文献 [12] 第 73 页。

② 由于太阳近地点与冬至点之间的距离时刻处于变化之中,所以,“计算值”与真冬至和平冬至时刻的理论值之间的差别也会随之变化。太阳与近地点之间的距离越小,三者之间的差别越小。

一方面，郭守敬所给定的至元十八年岁前冬至时刻虽然离当年真冬至时刻的北京地方时更近，但其与当年平冬至时刻的北京地方时之间的差别还不算很大；另一方面，邢云路在兰州所测的万历三十五年的冬至时刻又与当年冬至时刻的北京地方时非常接近。所以，在客观效果上，可以说邢云路实际上是在等效地使用同一地点的两个平冬至时刻在推算回归年长度；尽管这两个平冬至时刻仍然存在误差，但是，由于它们之间相隔 327 年之久，结果给回归年长度计算带来的不利影响自然可以大大减小，仅为 $(0.3273 + 1.5852)$ 刻/327 = 5.1 (秒)^①，表示由此算出的回归年长度只会比用平冬至时刻理论值求出的回归年长度短 5.1 秒左右。

不过这仅仅还只是邢云路测算回归年长度方法中的一部分误差，另一部分误差来自于这样一个事实：回归年的长度是在不断变化的，而邢云路的方法所求出的实际只不过是 327 年中回归年长度的平均值，因此，同实际的回归年长度理论值相比，势必会存在误差。用表 5 中所列的 1280 年和 1607 年北京平冬至时刻，按照邢云路所用的方法，可以求得回归年长度为 365.24225133 日，比 1608 年回归年长度的理论值大 3.0 秒左右。将这项误差考虑在内，则邢云路方法的误差值总共为 2.1 秒（比理论值短 2.1 秒）左右，与本文第一节给出的 2.3 秒已经十分接近了^②。

到这里，本文第一节结尾提到的那个疑团也就很容易破解了：邢云路的冬至时刻原本等同于平冬至时刻的北京地方时，因此，再按照现代概念去进行一次经度时差修正，自然会相反地造成更大的误差。而且，从邢云路的冬至时刻实际等同于平冬至时刻的北京地方时的事实来看，很难相信他测出高精度回归年长度是由于纯粹的巧合。这中间很可能有其他有待发现的原因。

4 讨论

邢云路写《戊申立春考证》的目的主要在于要证明《大统历》已经很不准确，确实需要修改。在书中，他首先分别使用元统大统历法和郭守敬《授时历》方法和数据推算 1608 年立春时刻，然后按自己实际测算之冬至时刻以及回归年长度等数据推求立春时刻（见表 6，表中的“冬至日名时刻”指的是 1607 年冬至时刻到此前最近前一个甲子日之间的距离，“立春日名时刻”的意义与此类似，“气策”则是一个节气的平均长度）。结果表明，据元统大统历法推算的立春时刻比《授时历》法推算结果多出 $(15.0128125 - 14.914675) = 0.0981375$ 日，其实已经相隔一日了，而按《授时历》推出的立春时

① 根据 (2) 式可知，在冬至时刻测量值同为先天或同为后天的情况下，两个时刻的测量误差的累积效果是相减的关系。但是，按照表 4 中所列的数值，现在它们一个先天，一个后天。所以，最后的累积误差应该是相加。

② 这里推出的误差值不能与 2.3 秒完全相合，可能与我们使用的现代理论的近似性有关。但是，最主要原因是，邢云路在根据两个冬至时刻求出回归年长度后，对结果 365.24219248 进行了四舍五入，只取 365.242190 [参见本文中的 (3) 式]，而我们原来在估算其回归年长度的误差时用的是后者，故有 2.1 秒的误差。但是，按照我们在本节分析问题的逻辑，我们应该取四舍五入前的回归年长度值来进行误差比较。而按照第 131 页脚注①的分析，在不考虑四舍五入的情况下，邢云路所得的回归年长度则仅比理论值少 2.1 秒左右，与我们这里的分析结果完全吻合。

刻与邢云路的推算结果相比则多出 $(14.914675 - 14.912333) = 0.002342$ 日, 不足一刻, 均为万历三十六年岁前十二月二十日戊寅亥初三刻立春, 两者合验。

表6 《戊申立春考证》所载三种方法推算1608年立春时刻结果比较 单位: 日

项 目	元统大统历法	郭守敬《授时历》法	邢云路实测法
岁实	365.2425	365.2425	365.242190
冬至日名时刻	29.3575	29.2594	29.257060
气策	15.2184375	15.218425	15.21842460
立春日名时刻	15.0128125	14.914675	14.912333

对于邢云路来说, 到此他证明《大统历》已经过时的目的已经达到。但是, 综合本文第二、三两节的分析结果, 他达到这个过程实在有太多令人疑惑的地方, 其中最令人大惑不解的是: 他何以能够用一个原本更适合真冬至时刻测量的方法, 在兰州立表测影, 结果却得出了一个与北京平冬至时刻十分接近的平冬至时刻^①?

对这个疑团显然不能简单地用巧合来加以解释, 一种更可能的解释是: 邢云路在进行影长测量之前, 已经知道了一个与 365.242190 这个值精度相同或者相当的回归年长度值, 并据此对实测影长进行了某种调整。这一点可以得到以下史实的应证:

据明《神宗实录》记载, 万历二十四年十二月辛巳日(1597年2月6日), “河南金事邢云路奏《大统历》差错, 乞赐改正”。在这份奏疏中, 邢云路特别提到《大统历》在推算当年冬至、立春、夏至和立冬时刻方面与自己所推结果不符的事实, 指出: “《大统》推今年冬至在申正一刻, 而臣测在未正一刻。臣测立春在乙巳, 而《大统》推在丙午。臣测夏至在壬辰, 而《大统》推癸巳。臣测立冬在巳酉, 而《大统》推庚戌。”^[14]《明史·历志》中对邢云路奏章的主要内容有更详细的记载, 其中提到: “治历之要, 无逾观象、测景、候时、筹策四事。今丙申年日至, 臣测得乙未日未正一刻, 而《大统》推在申正二刻^②, 相差九刻。且今年立春、夏至、立冬皆适直子半之交。臣推立春乙亥, 而《大统》推丙子^③; 夏至壬辰, 而《大统》推癸巳; 立冬巳酉, 而《大统》推庚戌。相隔皆一日。”^[15]通过以下的验算可以明确看出, 邢云路在推算这里所说的几个节气时, 使用的回归年长度值的精度完全与《戊申立春考证》中的回归年长度的精度相同或者至少相当。

验算方法的原理非常简单, 我们将使用《戊申立春考证》中的回归年长度, 从邢云路给定的万历二十四年冬至时刻(上述邢云路所推值化为刻为 59.333 刻或者 0.59333 日, 日期为乙未)推算万历三十六年岁前的冬至时刻(也就是公元 1607 年的冬至)。如果推算结果与上述邢云路测定的时刻(25.706 刻或者 0.25706 日)相合, 则说明他在计算奏疏中提到的节气时已经使用了《戊申立春考证》中相同的回归年长度和历元。否

① 从理论上讲, 平气时刻(包括平冬至时刻)是无法直接进行测量的。这一点也是邢云路测量结果可疑的重要原因。

② “申正二刻”与《明实录》所记的“申正一刻”不同, 由于后者与“未正一刻”相差仅为 2 小时, 也就是 8.33 刻($=2 \times 60/14.4$), 不及邢云路所说的 9 刻, 所以, 《明实录》所记有误。

③ 此处给出的两个立春日期均与《明实录》中所给的不同, 《明实录》所载有误。具体考证参见下文。

则，就不是这样。计算原理仍可用本文图 1 来表示：设 G 和 M 分别为年 1596 和 1607 年冬至的时刻，F 和 D 分别为两个冬至所在日的 0 时（夜半），P 和 Q 分别为两个冬至前最近的甲子日 0 时。已知 $QF = 31$ 日， $FG = 0.59333$ 日，M、G 相距为 11 回归年，求 FG 和 QG。由图可知， $GM = 11 \times 365.242190 = 4017.66409$ （日），所以， $FM = FG + GM = 0.59333 + 4017.66409 = 4018.25742$ （日）。显然，这个结果中的整数部分对应于 FD，故 $DM = 0.25742$ （日）。另一方面，将 $FD + QF$ 除以 60，取其整数部分可得 29 日，表示 D 到上一个甲子日的距离 QG 为 29 日。因此，当年冬至的日期和时刻为乙未日 25.742 刻，只比邢云路所给的乙未日 25.706 刻大 0.036 刻，也就是 31.10 秒钟左右，与邢云路所给的结果基本吻合。

为了更加清楚地说明问题，我们还可以用邢云路所给的万历二十四年冬至时刻数据，用他在《戊申立春考证》中所用的方法推求回归年长度，看看能得到什么样的结果。计算原理仍然可用图 1 表示，Q、F、G 三点的定义不变，但是现在 P、D、M 则代表的是万历二十四年冬至的情况，所以有 $FD = 115416$ 日， $DM = 0.59333$ 日。另外， $n = 316$ 年。由 (2) 式的算法可得： $N = 115416 + 0.59333 - 0.06 = 115416.53333$ （日）；再使用 (3) 式的算法可得： $P = 365.24219408$ （日）^①。与 1596 年回归年长度的理论值 365.24221745 日相比，这个新求出的回归年长度仅小 0.00002337 日，也就是 2.1 秒，如果与 1608 年回归年长度的理论值相比，则新求值仅小 0.00002263 日，亦即 2.0 秒，均与《戊申立春考证》中未经四舍五入之前的回归年长度之精度相当。如果按照 (3) 式相同的四舍五入规则可以有： $P \approx 365.242190$ （日），与《戊申立春考证》中最终给出的回归年长度值完全相同。

由此看来，邢云路在 1596 年的确已经掌握了他在 1607 到 1608 年之间“测”得的回归年长度值，或者至少是与之极为相近的一个回归年长度值，并在后面的测量中依此对实测的影长进行了调整，使自己能够凭借祖冲之首创的方法推出精确的冬至时刻，进而由郭守敬等人所推崇的方法导出他原已掌握的回归年长度。但是，他究竟是从哪里得到这个回归年长度值的呢？这又是一个令人费解的问题。显然，我们很难相信这是用祖冲之测影法得来的，原因是：

第一，从本文表 3 所给的数据可知，即便邢云路的测影结果百分之百准确，他测出的冬至时刻同平冬至时刻的理论值之间仍然会有近 16 刻的误差，由此测出的回归年长度误差将在 42 秒左右。也就是说，在他所处的时代，他所使用的方法原本就有一定的局限，他不可能藉此得出误差在 2 秒钟左右的回归年长度值。

第二，更加重要的是，如果邢云路在 1596 年前已经进行过这种观测，那他就没有必要在 1607 到 1608 年之间又跑到兰州去再做一次测量。如果他在 1596 年已经完成了这样的观测，那么，他完全可以根据已有的观测结果，在 1607 年甚至 1596 年之前就写

① 用这个回归年长度或者 365.242190，由元至元十八年岁前冬至己未日夜半后 6 刻可以求得，万历二十四年的立春、夏至和立冬的日期依次为乙亥、壬辰和己酉，说明前面《明实录》中所载邢云路推算的万历二十四年立春日的日期是错误的。由于邢云路明确指出《大统历》所推的这个日期比自己所推相差一日，所以同书中所载《大统历》所推的立春日期也是错误的。

出一部像《戊申立春考证》那样的著作。

也许我们可以作这样的猜测：邢云路其实接受了郭守敬关于回归年长度逐渐减小的观点^①，按照其“上推往古，[岁实]百年长一[分]，下算将来，[岁实]百年消一[分]”（[13]，3371页）的法则，在1596年按此求出了新的回归年长度。这是因为，邢云路的回归年长度（365.242190日）实际比郭守敬的值（365.2425）小3.1分，正好是316年中（1596到1280年之间的年数）岁实应消去的分数。而从《古今律历考》中我们可以找到确凿的证据，表明邢云路确实接受《授时历》岁实消长概念。按照该书记载，明初制定大统历法时，当时钦天监监正元统主张废弃《授时历》岁实消长的概念，即“上考下推，不用消长之法”，但是，监副李德芳仍然主张使用“消长之法”^②。《古今律历考》通过实际的历法验算讨论了这个问题，最后得出结论，认为“李德芳之言为是”^[16]，表明作者已经接受了《授时历》的岁实消长之法。我们知道，《古今律历考》虽然是邢云路和魏文魁合作完成的^[17]，但是魏文魁却坚决反对岁实消长概念，并主张使用《重修大明历》的回归年长度值^[18]。所以可以肯定，《古今律历考》中对《授时历》岁实消长法的接受代表的是邢云路本人的看法。根据这一点来判断，邢云路的确很有可能就是从郭守敬的回归年长度值出发，通过“岁实消长”法推出其回归年长度的。当然，这一点仍需要进一步的考察和研究。另外，如果他仅仅是从理论推算得出这个回归年长度的，那么他究竟凭什么相信，他的回归年长度一定比前人的回归年长度更符合当时的实际情况，并敢于对位居正统的《大统历》在节气推算等方面的错误提出批判呢？这是另外一个谜^③。也许他使用了其他的观测来验证自己的推算，但是在他的传世著作中并没有公开地说明这一点。

接下来的问题是，既然邢云路早在1596年已经得到了很好的新回归年长度值，何以又要在十多年后费那么大的力气，跑到兰州去立表测影；测了影之后，又费那么大的力气去调整影长数据呢？最好的回答也许是：作为一种信念，古代天文学家都知道，历法的制定必须以测验为本；邢云路无疑接受这一信念，想通过测影来证实自己从理论上推出的回归年长度，以便为自己的改历主张赢得更加充分的信赖度；尤其是在当时他的改历建议面临着巨大阻力的情况下，他更需要如此。因为据《明史·历志》记载，邢云路的上述奏疏写出之后，“钦天监见云路疏，甚恶之。监正张应候奏诋，谓其僭妄惑世”。尽管礼部尚书范谦上书支持邢云路，但结果也只是“议上，不报”（[15]，3537—3538页）。

从《戊申立春考证》中对测量过程的描述中同样可以看出，邢云路为了证明自己回归年长度的可靠性，的确是着意对自己的观测工作进行了一番精心的安排：

① 关于郭守敬和其他古代天文学家对这个问题的看法，参见文献[10]第231页。

② 《明史·历志》对此事也有明确记载。参见文献[15]第3533页。

③ 应该指出，邢云路并非明末第一个批评《大统历》推算节气时刻有误的天文学家。在他之前不久，朱载堉也曾在万历二十三年所进的《圣寿万年历》中提出了同样的问题，并主张采用岁实消长法来确定回归年长度（参见文献[15]，3534页）。邢云路的工作是否受此影响，有待研究。不过，他所用的回归年长度值与朱载堉所用的365.2420日（[6]，255页）完全不同。

首先，他把自己对回归年的测算建立在一个在古代公认可靠的测量方法的基础之上^①，而且确实是在兰州进行了立表测影工作^②。为了表明自己工作的可信，他还让自己的朋友作为目击者，请当时同在陕西任职的王聘贤写了一篇《题〈戊申立春考证〉引》的文章，与《戊申立春考证》一起发表。该文非常详细地记载了他目击邢云路测影工作的状况：“岁将冬至，士登（邢云路）日日候表下尺量，籍记晷差。……乃其（邢云路）候也，量也，算也，而首仰天，而瞋望日，而手规北尺度秒分，前摹后验，若合符节。余皆目击其真，乌得辄异。至此，始信其技之果精，心之更苦也。”（[3]，552页）这些“余皆目击其真”的文字无非是想向读者传递这样的信息：邢云路不但确实进行过晷影测量，而且其测量技术非常高超，在测量过程中也极为认真（“始信其技之果精，心之更苦也”），以致能够“前摹后验，若合符节”，所以，他的观测结果是非常可靠的。

其次，他根据增加表高可以提高影长观测精度的经验事实^③，着意使用了到当时为止最高的圭表，以显示自己在测量装置方面的空前规模。

无奈的是，由于立表测影求冬至的方法在邢云路时代存在着内在的不足，所以，当他发现据测量结果所得到的回归年长度值同预期中的数值相差甚远时，只好对它们进行了自己所需要的调整。在了解了所有这些之后，我们有充分的理由相信，邢云路最后给出的那些影长值并非是真的测量结果，因此，对它们的精度分析并不足以反映邢云路测影工作所真正达到的水平。

参 考 文 献

- 1 薄树人.《戊申立春考证》提要[A].中国科学技术典籍通汇·天文卷[Z].第2册.郑州:河南教育出版社,1998.549.
- 2 胡铁珠.邢云路[A].中国古代科学家传记[M].下集.北京:科学出版社,1992.925—926.
- 3 (明)邢云路.戊申立春考证[A].中国科学技术典籍通汇·天文卷[Z].第2册.郑州:河南教育出版社,1998.551—559.
- 4 陈美东.郭守敬等人晷影测量结果的分析[J].天文学报,1982,23(3):301.
- 5 王荣彬.中国古代至日时刻测算法及其精度研究[J].清华学报(台湾),新26(4):309—323.
- 6 中国天文学史整理研究小组.中国天文学史[M].北京:科学出版社,1981.90.
- 7 中国科学院紫金山天文台.一九八六年中国天文年历[Z].北京:科学出版社,1985.2.
- 8 丘光明,等.中国科学技术史·度量衡卷[M].北京:科学出版社,2001.408—409.
- 9 丁月蓉.天文数据处理方法[M].南京:南京大学出版社,1998.95.
- 10 陈美东.古历新探[M].沈阳:辽宁教育出版社,1995.50—79.

① 《授时历议》一开始就指出：对于节气的确定，“候之之法，不过植表测影，以究其气至之始”，然后用大量篇幅详细讨论了《授时历》制定过程中使用这种方法对冬至时刻的确定，表明了元代历学家对这种方法的充分信任（[13]，3300页）。但是从现代天文学的眼光来看，这种方法在测冬至时刻和求回归年长度上存在着自己的局限性。参见本节前面的讨论。

② 关于邢云路确实是在兰州进行过立表测量的事实，可从本文第二节关于测影地点的分析中得到证据。

③ 中国古代天文学家对此十分清楚，例如《授时历议》中就明确指出：“然表短促，尺寸之下所为分秒太半、少之数，未易分别。表长，则分寸稍长。”尽管书中同时说明了高表的缺点是“景虚而淡，难得实景”，但是认为这方面的问题可以通过使用表端横梁和景符来有效地加以克服，以致可以达到“不容有毫末之差”效果。参见文献[13]第3300—3301页。

- 11 郭盛炽. 元代高表测影数据之精度 [J]. 自然科学史研究, 1992, 11 (2): 151—157.
- 12 Meeus J. *Astronomical Algorithms* [M]. Virginia: Willmann-Bell, inc., 1991. 151.
- 13 中华书局编辑部. 历代天文律历志汇编 [M]. 第 9 册. 北京: 中华书局, 1976. 3302—3310
- 14 何丙郁, 赵令扬. 明实录中之天文史料 [M]. 下册. 香港: 香港大学中文系, 1986. 620.
- 15 中华书局编辑部. 历代天文律历志汇编 [Z]. 第 10 册. 北京: 中华书局, 1976. 3537.
- 16 (明) 邢云路. 古今律历考 [A]. 卷六十三. 丛书集成初编 [Z]. 上海: 商务印书馆, 1936. 1089—1090.
- 17 王森, 石云里. 《古今律历考》中的《授时历》立法原理问题 [A]. 第十届国际东亚科学史会议论文 [Z]. 2002-08, 上海.
- 18 石云里. 崇祯改历过程中的中西之争 [J]. 传统文化与现代化, 1996, (3): 64—65.

Xing Yunlu 's Determination of the Length of Tropical Year Revisited

SHI Yunli, WANG Miao

(University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China)

Abstract According to ancient sources, the late Ming Dynasty astronomer Xing Yunlu (*fl.* 1596—1625) once set up a gnomon of sixty *chi* (around 14.715 meters) high, measured its shadows and hence arrived at a length value of tropical year that turns out to be the most exact ever obtained by astronomers up to his time. As it is generally thought, the main cause for his achievement of this value lies in the fact that he applied the highest gnomon ever used by ancient astronomers, which greatly diminished the systematic errors involved in shadow measurements. In contrast to this imagination, however, we are going to show in the present paper that the results of shadow measurements reported by Xing Yunlu are surprisingly inaccurate, and there were totally different reasons for him to acquire his length value of tropical year. In fact, he had somehow arrived at a value with a similar exactitude more than ten years before his practical measurement with the sixty *chi* gnomon. Based on that value he revealed the inexactness of the out of date official system of calendrical astronomy and campaigned for its reform. After his opinion and campaign were severely criticized and suppressed by the official Bureau of Astronomy, he deliberately arranged the high gnomon measurement to enhance the weight of his argument, since this measurement was trusted by ancient astronomers as the most sound and necessary base for the determination of the solar motion. However, for astronomical reason, the method he used to derive the length value of tropical year from shadow measurements only has a limited reliability in his time. Therefore, he had to adjust the measured results so that he could get from them the desired value of tropical year. It remains that the problems about how he originally achieved such an exact value and why he was so confident of its reliability are till open.

Key words ancient Chinese astronomy, Xing Yunlu, length of a tropical year, measurement of gnomon shadows, determination of the winter solstice

责任编辑: 艾素珍